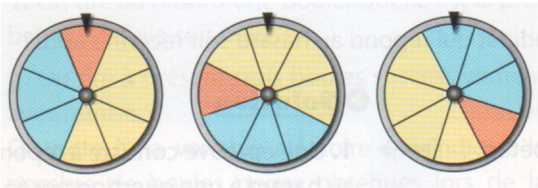
2. Énoncés des exercices

<u>Exercice</u> 9.1 Lors d'une fête foraine, on propose une loterie. Pour un joueur, la partie consiste à lancer successivement trois roues indépendantes. À l'arrêt des roues, un repère indique la couleur obtenue sur chacune d'elles.



Pour jouer, on achète un ticket à 12 €. La personne gagne un lot d'une valeur de :
- 1024 €, si les trois roues indiquent "rouge"
- 64 €, si les trois roues indiquent "bleu"
- 20 €, si les trois roues indiquent "jaune"
- 8 €, si les trois couleurs sortent.

sinon, il ne gagne rien.
1°) Construisez l'arbre pondéré associé à l'expérience aléatoire.

2°) On appelle G la variable aléatoire qui donne la valeur du lot obtenu.

(a) Déterminez la loi de probabilité de G

(b) Calculez E(G). Cette loterie est-elle favorable à l'organisateur ?

<u>Exercice</u> 9.2 Un conseiller commercial en informatique reçoit huit clients par jour. On admet que la probabilité qu'un client passe commande est de $0,1$ et que les décisions des clients sont indépendantes les unes des autres.
On note X la variable aléatoire qui indique le nombre de commandes que le conseiller obtient par jour.

1. Justifiez que X suit une loi binomiale
2. Quelle est la probabilité (à 10^{-4} près) qu'il obtienne :
   (a) deux commandes ?
   (b) moins de deux commandes ?

<u>Exercice</u> 9.3 Un parcours hippique de trois kilomètres comporte huit obstacles du même type. À l'entraînement, ce parcours est réalisé à la vitesse de $15km.h^{-1}$. On estime que pour un cavalier, la probabilité qu'il franchisse sans faute un obstacle est de 0,625. Le passage sans faute ne ralentit pas le cavalier, alors qu'un passage avec faute lui fait perdre une minute. On note X la variable aléatoire qui indique le nombre d'obstacles franchis sans faute.

1. Précisez la loi de probabilité de X et indiquez son espérance.
2. Quel est le temps théorique de parcours exprimé en minutes ?
3. On note D la variable aléatoire qui indique la durée en minutes du parcours du cavalier.
   (a) Exprimez D en fonction de X
   (b) Déduisez-en $E(D)$ et interprétez le résultat

<u>Exercice</u> 9.4 Pour un archer, la probabilité d'atteindre une cible donnée est $0,7$. Les tirs sont supposés indépendants. Quelle est la probabilité qu'il touche trois fois la cible sur une volée de cinq flèches ?

<u>Exercice</u> 9.5 On s'intéresse au nombre d'enfants d'une famille. On suppose qu'il n'y a pas de naissances multiples et qu'il y a équiprobabilité pour la naissance d'un garçon ou d'une fille.
L'objectif final (donc après avoir résolu toutes les questions) de ce problème est de trouver le nombre minimum d'enfants afin que la probabilité d'avoir une fille dépasse 0,99.

1. On peut considérer la naissance d'un enfant comme une épreuve de Bernoulli dont les issues sont S : "naissance d'une fille" et $\overline{S}$: "naissance d'un garçon".
   (a) Quel modèle d'expérience décrit la naissance de n enfants dans une famille ?
   (b) Quelle est la loi de probabilité de la variable aléatoire qui indique le nombre de filles dans le cas de n naissances ?

2. On s'intéresse à l'événement A : "avoir au moins une fille sur les n naissances".
   Aide : Lorsque la définition de A contient la locution "au moins", il est en général plus facile de calculer $P(\overline{A})$.
   (a) Que signifie $\overline{A}$?
   (b) Calculez $P(\overline{A})$, puis déduisez-en que :
   $$P(A) = 1 - \frac{1}{2^n}$$
   (c) Trouvez le plus petit entier n tel que $P(A) > 0,99$

Exercice 9.6 Utilisez le triangle de Pascal pour trouver l'entier n satisfaisant la condition imposée :
a) $\binom{n}{2} = 36$
b) $3\binom{n}{4} = 14\binom{n}{2}$